Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios.

Bachillerato L. O. G. S. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Determina el valor de $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$, para que se cumpla que

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{kx} - kx - 1}{kx^2} = \lim_{x\to 0} \frac{8\,\text{sen}(x) + 2\tan(x)}{x + \text{sen}(x)}$$

B. Determina los valores de $a, b, c \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ pase por el punto $(2, 8)$, tenga un mínimo relativo en $x = \sqrt{3}/3$ y además la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ tenga pendiente 4. Calcula la ecuación de la recta normal a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

SEGUNDO BLOQUE

A. Calcula el área determinada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 9x$ y el eje de abscisas.

B. Calcula las siguientes integrales: a) $\int \ln(x)\,dx$, b)$\int \tan(x)\,dx$.

TERCER BLOQUE

A. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Calcula A^2.

b) Resuelve la ecuación matricial $6A^{10} \cdot X = 3X + I_3$, siendo I_3 la matriz identidad de orden 3.

B. Enuncia el Teorema de Rouché-Fröbenius.
Sea $AX = B$ un sistema de ecuaciones lineales, escrito en forma matricial, con m ecuaciones y n incógnitas. Contesta razonadamente las siguientes preguntas:

a) Si $n > m$, ¿puede el sistema ser compatible determinado?

b) Si $n = m$ y $|A| \neq 0$, ¿cuál es rango de la matriz ampliada $A|B$? Clasifica el sistema en este caso.

CUARTO BLOQUE

A. Dados los planos $\pi_1 \equiv x + y - z = 1$, $\pi_2 \equiv 2x + 2z = 0$ y $\pi_3 \equiv x + 3y + kz = 3$, donde $k \in \mathbb{R}$:

a) Analiza su posición relativa en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$.

b) En el caso en que los tres planos se cortan en una recta, calcula las ecuaciones paramétricas de la misma.

B. Encuentra el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que la proyección del punto $P(a, 2a, 3a)$ sobre el plano $\pi \equiv 2x + y - z = 12$ es $P'(8, 13, 17)$.