Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

PROPUESTA A

1A. Determina el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$, de forma que el área del triángulo de vértices $A(0,0)$, $B(0,a)$ y $C(\frac{a}{a-1}, 0)$ sea mínima. (2,5 puntos)

2A. Calcula las siguientes integrales:

a) $\int x \ln(x)\, dx$. (Indicación: $\ln(x)$ representa el logaritmo neperiano de x). (1,25 puntos)

b) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\, dx$. (1,25 puntos)

3A. a) Despeja X de la ecuación matricial $X \cdot B - I = X \cdot A + A$, donde X, B, A e I son matrices de tipo 3×3. (1,25 puntos)

b) Calcula la matriz X de tamaño 3×3, solución de la ecuación, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. (1,25 puntos)

4A. a) Analiza, en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$, la posición relativa de los planos $\pi_1 \equiv 2x - y + z = 0$, $\pi_2 \equiv y + z = m$ y $\pi_3 \equiv mx + y - z = 8$. (1,25 puntos)

b) Razona que, independientemente del valor del parámetro m, los planos π_2 y π_3 son perpendiculares. (1,25 puntos)

(sigue a la vuelta)

Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

PROPUESTA B

1B. Dada la función $\boldsymbol{f(x) = \dfrac{x^2}{2-x}}$, se pide:

a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1,25 puntos)

b) Asíntotas verticales y oblícuas. (1,25 puntos)

2B. a) Representa gráficamente la región encerrada por las gráficas de las funciones $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2x - 2}$ y $\boldsymbol{g(x) = -x^2 + 2x - 2}$. (0,5 puntos)

b) Calcula el área de dicha región. (2 puntos)

3B. a) Enuncia el teorema de Rouché-Fröbenius. (0,5 puntos)

b) Considera el sistema $\boldsymbol{A \cdot X = B}$, donde $\boldsymbol{A}$ es una matriz 3×4 , $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{z} \\ \boldsymbol{t} \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B}$ es una matriz con una sola columna. ¿De qué dimensiones es la matriz $\boldsymbol{B}$? (0,50 puntos)

c) ¿Puede el sistema ser compatible determinado? (0,75 puntos)

d) Si el sistema es incompatible y el rango de la matriz $\boldsymbol{A}$ es dos, ¿cuál es el rango de la matriz ampliada $\boldsymbol{(A|B)}$? (0,75 puntos)

4B. Dados los puntos $\boldsymbol{P(1,1,2)}$ y $\boldsymbol{Q(1,1,0)}$, y la recta $\boldsymbol{r} \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} \boldsymbol{x + 2y} & = & \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{y + z} & = & \boldsymbol{0} \end{array} \right.$, se pide:

a) Ecuación general del plano $\boldsymbol{\pi}$ que contiene al punto $\boldsymbol{P}$ y a la recta $\boldsymbol{r}$. (1,25 punto)

b) Halla la distancia desde el punto medio de los puntos $\boldsymbol{P}$ y $\boldsymbol{Q}$ al plano $\boldsymbol{\pi}$ calculado en el apartado anterior. (1,25 puntos)
