AVISO IMPORTANTE

Este documento es el documento final actualizado tras la publicación de la Orden Ministerial PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, en el curso 2022-2023.

Lo que aparece resaltado en amarillo es lo que se ha sustituido por la referencia de la correspondiente Orden.

Cualquier cambio significativo también será advertido.

I. Currículo de Bachillerato en Castilla-La Mancha. Matemáticas II.

Los contenidos de referencia de la Evaluación para el Acceso a la Universidad (EvAU) serán los establecidos en el Decreto 40/2015, de 15/06/2015, por el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha. [2015/7558].

(Decreto 40/2015 de 15/06/2015, DOCM nº 120 de 22-06-2015. Concretamente lo referente a la materia de Matemáticas II de 2º de Bachillerato.)

A continuación, se incluye la tabla de la materia de Matemáticas II de 2º de Bachillerato donde se presentan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje publicados en el Decreto 40/2015 de 15/06/2015 correspondientes a los Bloques:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.

Bloque 2. Números y Álgebra.

Bloque 3. Análisis.

Bloque 4. Geometría.

Bloque 5. Estadística y Probabilidad.

Matemáticas II. 2º Bachillerato		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
• Planificación del proceso de resolución de problemas. • Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas. • Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación problemas. • Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto. • Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del	1. Explicar de forma razonada la resolución de un problema.	1.1. Expresa de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, con rigor y precisión.
	2. Resolver un problema, realizar los cálculos necesarios y comprobar las soluciones.	2.1. Comprende el enunciado de un problema, lo formaliza matemáticamente y lo relaciona con el número de soluciones.
		2.2. Realiza estimaciones y predicciones sobre la solución del problema.
		2.3. Establece una estrategia de investigación y encuentra las soluciones del problema.
	3. Demostrar teoremas con los distintos métodos fundamentales (demostración directa, por reducción al absurdo o inducción).	3.1. Conoce distintos métodos de demostración.
		3.2. Demuestra teoremas identificando los diferentes elementos del proceso.
	4. Elaborar un informe científico y comunicarlo.	4.1. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados.
		4.2. Utiliza de forma coherente argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos.

proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.		4.3. Plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.
• Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc. • Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc. • Razonamiento deductivo e inductivo.	5. Planificar un trabajo de investigación.	5.1. Conoce la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática: problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc.
		5.2. Planifica el proceso de investigación según el contexto en que se desarrolla y tipo de problema.
• Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos. • Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado desarrollado.	6. Elaborar estrategias para el trabajo de investigación: a. Resolución y profundización de un problema b. Generalizaciones de leyes o propiedades c. Relación con la historia de las matemáticas	6.1. Generaliza y demuestra propiedades de distintos contextos matemáticos.
		6.2. Busca conexiones de las matemáticas con la realidad y entre distintos contextos matemáticos para diseñar el trabajo de investigación.
• Práctica de los procesos de modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. • Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.	7. Modelizar fenómenos de la vida cotidiana y valorar este proceso.	7.1. Obtiene información relativa al problema de investigación a través de distintas fuentes de información.
		7.2. Identifica situaciones reales, susceptibles de contener problemas de interés y analiza la relación entre la realidad y matemáticas.
		7.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema dentro del campo de las matemáticas.

• Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para: a) la recogida ordenada y la organización de datos; b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.	8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales propias del trabajo matemático.	8.1. Transmite certeza y seguridad en la comunicación de las ideas, así como dominio del tema de investigación.
		8.2. Reflexiona sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos.
		8.3. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.
		8.4. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.
		8.5. Se plantea la resolución de retos y problemas con curiosidad, precisión, esmero e interés.
		8.6. Reflexiona sobre los procesos desarrollados aprendiendo de ello para situaciones futuras.
	9. Emplear medios tecnológicos para buscar información, realizar cálculos, presentar los trabajos y difundirlos.	9.1. Utiliza las herramientas tecnológicas para la realización de cálculos y representaciones gráficas.
		9.2. Diseña presentaciones digitales para explicar el proceso seguido utilizando documentos digitales y entornos geométricos.
		9.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para buscar información, estructurar, mejorar el proceso de aprendizaje y elaborar predicciones.

<table>
<tr><th colspan="3">Bloque 2. Números y álgebra</th></tr>
<tr><td rowspan="7">

Matrices. Tipos matrices y operaciones. Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
Aplicación de las operaciones de las matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
Determinantes. Propiedades elementales.
Rango de una matriz.
Matriz inversa.
Sistemas de ecuaciones lineales. Expresión matricial. Teorema de Rouché-Fröbenius. Método de Gauss. Regla de Cramer. Aplicación a la resolución de problemas.

</td><td rowspan="2">1. Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices para describir e interpretar datos y relaciones en la resolución de problemas diversos.</td><td>1.1. Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales.</td></tr>
<tr><td>1.2. Opera con matrices y aplica las propiedades de las operaciones, de forma manual o con el apoyo de medios tecnológicos.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2. Transcribir problemas expresados en lenguaje usual al lenguaje algebraico y resolverlos utilizando técnicas algebraicas determinadas (matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones), interpretando críticamente el significado de las soluciones.</td><td>2.1. Calcula determinantes hasta orden 4.</td></tr>
<tr><td>2.2. Determina el rango de una matriz aplicando el método de Gauss o determinantes.</td></tr>
<tr><td>2.3. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.</td></tr>
<tr><td>2.4. Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.</td></tr>
<tr><td>2.5. Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de un enunciado, lo clasifica, lo resuelve e interpreta las soluciones.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Bloque 3. Análisis</th></tr>
<tr><td rowspan="3">

Concepto de límite de una función. Cálculo de límites.
Continuidad de una función en un punto. Continuidad de una función en un intervalo. Tipos de discontinuidad. Teorema de Bolzano y de Weierstrass.

</td><td rowspan="2">1. Estudiar la continuidad de una función en un punto o en un intervalo, aplicando los resultados que se derivan de ello.</td><td>1.1. Estudia la continuidad de una función y clasifica los puntos de discontinuidad.</td></tr>
<tr><td>1.2. Aplica los conceptos y el cálculo de límites y derivadas, así como los teoremas relacionados, a la resolución de ejercicios y problemas.</td></tr>
<tr><td>2. Aplicar el concepto de derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y el cálculo de</td><td>2.1. Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites.</td></tr>
</table>

• Función derivada. Teoremas de Rolle y del valor medio de Lagrange. Regla de L'Hôpital. Aplicación al cálculo de límites. • Aplicaciones de la derivada: problemas de optimización. • Primitiva de una función. Propiedades. La integral indefinida. Integrales inmediatas. Integración por partes y mediante cambio de variable. Integrales racionales. • La integral definida. Propiedades. Regla de Barrow. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.	derivadas al estudio de fenómenos naturales, sociales o tecnológicos y a la resolución de problemas geométricos, de cálculo de límites y de optimización.	2.2. Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.
	3. Calcular integrales de funciones sencillas aplicando las técnicas básicas para el cálculo de primitivas.	3.1. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.
	4. Aplicar el cálculo de integrales definidas en la medida de áreas de regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas que sean fácilmente representables y, en general, a la resolución de problemas.	4.1. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas. 4.2. Utiliza los medios tecnológicos para representar y resolver problemas de áreas de recintos limitados por funciones conocidas.
Bloque 4. Geometría		
• Espacios vectoriales. Sistemas de vectores linealmente independientes y generadores. Bases de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector respecto de una base. • Espacio vectorial euclídeo. Producto escalar, vectorial y mixto. Significado geométrico. • Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio afín euclídeo R^3. • Posiciones relativas (incidencia,	1. Resolver problemas geométricos espaciales, utilizando vectores.	1.1. Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.
	2. Resolver problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos utilizando las distintas ecuaciones de la recta y del plano en el espacio.	2.1. Expresa la ecuación de la recta en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas de rectas en el espacio afín. 2.2. Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente.

paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos). • Propiedades métricas (cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes).		2.3. Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio.
		2.4. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.
	3. Utilizar los distintos productos entre vectores para calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes, calculando su valor y teniendo en cuenta su significado geométrico.	3.1. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, el significado geométrico, la expresión analítica y las propiedades.
		3.2. Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y sus propiedades.
		3.3. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.
		3.4. Utiliza programas informáticos específicos para profundizar en el estudio de la geometría.
Bloque 5. Estadística y Probabilidad		
• Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Definición axiomática de probabilidad. • Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades. • Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada.	1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a sucesos aleatorios condicionados (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.	1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento o las fórmulas derivadas de los axiomas de la probabilidad.
		1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.
		1.3. Calcula la probabilidad a posteriori de un suceso aplicando al Teorema de Bayes.

Dependencia e independencia de sucesos. • Teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Probabilidades a priori, a posteriori y verosimilitudes de un suceso. • Variables aleatorias discretas. Función de probabilidad. Media, varianza y desviación típica. • Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades. • Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal. • Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.	2. Identificar los fenómenos que pueden modelizarse mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.	2.1. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica. 2.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad o aproximando mediante una distribución normal, usando los métodos adecuados. 2.3. Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico. 2.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica.

Los siguientes epígrafes están orientados teniendo como referencia la matriz de especificaciones de la materia Matemáticas II de la **Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas en el curso 2022-2023;** y el Decreto 40/2015, de 15/06/2015, por el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha. [2015/7558].

Para el curso 2022-2023 se seguirá el modelo de examen del curso 2021-2022 que permitía la elección de 4 ejercicios de 8 propuestos en un único modelo de examen. Más adelante se dan más detalles sobre la estructura de la prueba para el curso 2022-2023.

II. Especificaciones sobre los contenidos de la prueba.

Bloque de Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.

1. Seguir los contenidos establecidos en el Decreto 40/2015.

Observaciones.

Es importante orientar los temas teniendo como referencia los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje establecidos en el Decreto 40/2015 y la Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023.

Expresar de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, con rigor y precisión. Comprender el enunciado de un problema y formalizarlo matemáticamente. Usar el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados. Utilizar de forma coherente argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos. Comprobar las soluciones e interpretar los resultados obtenidos.

Bloque de Números y Álgebra.

2. Matrices. Operaciones con matrices. Trasposición de matrices. Las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos. Matriz de adyacencia de un grafo. Operaciones con matrices. Aplicación de las operaciones con matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales. Tipos de matrices. Matriz inversa.

3. Determinantes. Regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Cálculo de determinantes por los elementos de una línea. Cálculo de la matriz inversa. Rango de una matriz. Cálculo del rango de una matriz. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales.

4. Sistemas de ecuaciones lineales. Expresión matricial de un sistema. Clasificación y resolución de sistemas lineales. Método de Gauss. Teorema de Rouché-Fröbenius. Regla de Cramer. Sistemas homogéneos. Sistemas de ecuaciones con un parámetro. Aplicación de los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas.

Observaciones.

Es importante orientar los temas teniendo como referencia los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje establecidos en el Decreto 40/2015 y en la Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023.

La resolución de sistemas lineales de ecuaciones, el cálculo del rango de una matriz y el cálculo de la matriz inversa se pueden realizar por distintos procedimientos. Los alumnos deben conocer el enunciado del teorema de Rouché-Fröbenius. Los determinantes que se planteen serán, como máximo, de cuarto orden. Es importante insistir en la utilización de las propiedades de los determinantes. El estudio de sistemas que dependen de un parámetro se hará, como máximo, con tres incógnitas.

Bloque de Análisis.

5. Concepto de función. Las funciones como modelos para estudiar fenómenos científicos y tecnológicos. Dominio. Concepto de límite de una función en un punto. Cálculo de límites. Límites laterales. Límites infinitos cuando la variable tiende a un número real. Límites finitos en el infinito. Límites infinitos en el infinito. Resolución de indeterminaciones.

6. Continuidad de una función en un punto. Continuidad en un intervalo cerrado. Continuidad de las funciones elementales. Tipos de discontinuidades. Teorema de Bolzano y de Weierstrass. Aplicaciones.

7. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica y física del concepto de derivada. Recta tangente y recta normal. Derivadas laterales. Función derivada. Cálculo de derivadas. Regla de la cadena. Continuidad de las funciones derivables. Derivadas sucesivas.

8. Aplicaciones de las derivadas al estudio de las propiedades locales de una función. Crecimiento y decrecimiento. Extremos relativos. Extremos absolutos. Concavidad. Puntos de inflexión. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio de Lagrange. Problemas de optimización. Regla de L'Hôpital.

9. Primitivas de una función. Propiedades. Integral indefinida. Integrales inmediatas. Técnicas elementales de cálculo de primitivas. Integración por partes. Integración mediante cambio de variable. Integración de funciones racionales.

10. Introducción al concepto de integral definida. Propiedades elementales de la integral definida. Regla de Barrow. Aplicaciones al cálculo de áreas de regiones planas. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral.

Observaciones.

Es importante orientar los temas teniendo como referencia los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje establecidos en el Decreto 40/2015 y en la Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023.

Debe conocerse la interpretación geométrica y física de la derivada. De los teoremas de Bolzano, Weierstrass, Rolle y Lagrange debe conocerse el enunciado, interpretación geométrica y aplicaciones en casos sencillos. Debe conocerse el enunciado de la regla de Barrow y de los teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral y saber interpretarlos para un caso particular.

No es objetivo mínimo integrar funciones racionales con raíces complejas múltiples ni simples, excepto las inmediatas del tipo arcotangente y también las que pueden descomponer de manera inmediata en la suma de una integral de tipo logaritmo más otra de tipo arcotangente. En las integrales mediante cambio de variable se indicará este.

Bloque de Geometría.

11. Vectores en el espacio tridimensional. Dependencia lineal de vectores. Bases de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector respecto de una base. Producto escalar. Interpretación geométrica. Ángulo entre vectores. Producto vectorial. Interpretación geométrica. Producto mixto. Interpretación geométrica.

12. Ecuaciones de la recta: ecuaciones paramétricas, generales o implícitas y en forma continua. Ecuaciones del plano: ecuaciones paramétricas y ecuación general. Posiciones relativas de dos rectas. Posiciones relativas de recta y plano. Posiciones relativas de dos o tres planos.

13. Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes. Ángulos entre elementos del espacio. Distancias entre elementos del espacio. Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de paralelepípedos y tetraedros.

Observaciones.

Es importante orientar los temas teniendo como referencia los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje establecidos en el Decreto 40/2015 y en la Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023.

No es objetivo mínimo desarrollar la estructura de espacio vectorial. Es importante que, en la resolución de problemas geométricos, se razone el proceso seguido.

Bloque de Estadística y Probabilidad.

14. Experimentos aleatorios y sucesos. Frecuencia y probabilidad. Propiedades de la probabilidad. Definición clásica de probabilidad. Regla de Laplace. Definición axiomática. Probabilidad de la unión y la intersección de sucesos.

15. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Aplicación del Teorema de la probabilidad total y del Teorema de Bayes.

16. Variables aleatorias discretas. La distribución binomial. Variables aleatorias continuas. La distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Manejo de tablas. Aproximación de la distribución binomial por la normal.

Observaciones.

Es importante orientar los temas teniendo como referencia los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje establecidos en el Decreto 40/2015 y en la Orden PCM/63/2023, de 27 de enero de 2023.

Es importante saber plantear probabilidades. Es importante la tipificación de la distribución normal. No es objetivo mínimo la aproximación de la distribución binomial por la normal.

III. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA.

- **Para el curso 2022-2023 se seguirá el modelo de examen del curso 2021-2022** que permitía la elección de 4 ejercicios de 8 propuestos en un único modelo de examen.
- **Cada ejercicio tendrá una puntuación máxima de 2’5 puntos**, de manera que si se resuelven correctamente los cuatro ejercicios elegidos se obtendrá la máxima puntuación de 10 puntos.
- Por otro lado, la distribución de los bloques de contenido en los distintos ejercicios será:
    - CUATRO ejercicios tendrán todos sus subapartados de cada uno de los bloques de Números y álgebra, Análisis, Geometría y Estadística y probabilidad.
    - Los CUATRO RESTANTES tendrán dos subapartados en los que se mezclarán bloques de la siguiente manera (y con la siguiente puntuación):

  - Análisis (1 punto) y Números y álgebra (1’5 puntos).
  - Análisis (1 punto) y Geometría (1’5 puntos).
  - Análisis (1 punto) y Estadística y probabilidad (1’5 puntos).
  - Números y álgebra (1’25 puntos) y Geometría (1’25 puntos).

- Al final de este documento se proporcionan **dos exámenes de ejemplo** con el objetivo de que quede clara la estructura del examen en cuanto a la manera en la que aparecerán los distintos bloques en el examen y las distintas puntuaciones de las preguntas.

- Asimismo, se recuerda que el Bloque 1 es transversal y se espera que los alumnos sean capaces de razonar matemáticamente en la realización de ejercicios del resto de bloques.

- En la materia de Matemáticas II se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora, tipex y se escribe en un solo color con bolígrafo azul o negro. Se recuerda que se espera que los alumnos hagan un buen uso de las calculadoras (cualquiera que sea su tipo) y que los miembros de los tribunales de la EVAU podrán examinar las calculadoras y, en su caso, retirarlas si consideran que se está haciendo un uso fraudulento de las mismas.

- Los alumnos NO podrán llevar al examen sus propias tablas de la distribución Binomial o Normal. **En caso de necesitar algún valor,** se le indicarán en el mismo examen los valores necesarios en un extracto de la tabla completa.

IV. CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS II.

Los criterios generales de corrección serán los siguientes:

1. En cada uno de los ejercicios o en los distintos apartados que aparezcan en cada ejercicio, se indicará la calificación máxima que le corresponda.

2. Si un estudiante desarrolla más de cuatro ejercicios, solo serán calificados los primeros cuatro ejercicios que aparezcan desarrollados en la prueba.

3. En la valoración de los ejercicios se tendrá en cuenta:
   - El planteamiento, el desarrollo y razonamientos empleados.
   - La claridad en la exposición, las explicaciones adicionales y la presentación del ejercicio.
   - La corrección en las operaciones.

- La interpretación de los resultados cuando sea necesario.
- Los errores conceptuales y los errores operacionales.
- La corrección y precisión de los gráficos incluidos.

4. El tribunal corrector ponderará, en cada ejercicio, la valoración que se asigne a cada una de las consideraciones del punto anterior.
5. En cualquier caso, nunca se calificará un ejercicio atendiendo exclusivamente al resultado final.

V. ASESORES DE LA MATERIA MATEMÁTICAS II.

Para cualquier duda o consulta sobre la coordinación de esta materia pueden ponerse en contacto con los asesores:

Virgilio Gómez Rubio
Departamento de Matemáticas
E.T.S. Ingenieros Industriales de Albacete
Universidad de Castilla-La Mancha
Avda. España s/n
02071 Albacete
Teléfono: 967 59 92 00, extensión 8291
Correo electrónico: virgilio.gomez@uclm.es

José Ángel López Mateos
I.E.S. Dámaso Alonso
Av Almadén, 0,
13500 Puertollano, Ciudad Real
Teléfono: 926 42 00 36
Correo electrónico: joseangel.lopez@edu.jccm.es

VI. Tablas de la distribución Binomial y de la Normal N(0,1).

A continuación, se proporcionan las tablas de las probabilidades de la distribución binomial y las probabilidades acumuladas de la distribución normal tipificada. Si alguna de estas tablas fuera necesaria para resolver alguno de los ejercicios propuestos en el examen se proporcionará únicamente la parte de la tabla necesaria para resolver los ejercicios.

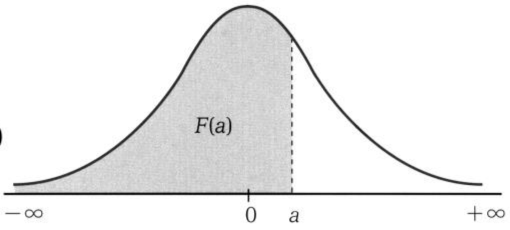
TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} \qquad k=0,1,2,\ldots,n$$

n	k \ p	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0138	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,2918	0,2786	0,2734
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0006	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0313
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0039
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0635	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL *N*(0, 1)

$$F(a) = P(Z \leq a)$$



a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

VII. Modelos de examen.

A continuación, se proporcionan dos modelos de examen con el objetivo de que sirvan como ejemplo de la estructura del examen. El tipo de preguntas de cada bloque podrá variar de acuerdo con los contenidos de la asignatura.

UCLM
CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Evaluación para el Acceso a la Universidad
Curso 2022/2023

Materia: MATEMÁTICAS II

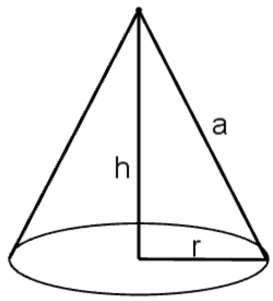
Instrucciones: El estudiante deberá resolver **CUATRO** de los ocho ejercicios propuestos. Si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

1. *a*) **[1,75 puntos]** Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left\{\begin{array}{lllll} x & +ay & +z & = & 2 \\ x & & +z & = & a \\ ax & +2y & +z & = & 3 \end{array}\right. .$$

   b) **[0,75 puntos]** Resuelve razonadamente el sistema anterior para $a = 2$, si es posible.

2. La generatriz (a) de un cono (de altura h y radio r) mide 3 unidades.



   a) **[1,5 puntos]** Encuentra la función $V(h)$ que expresa el volumen del cono en función de su altura h. Recuerda que el volumen del cono es $\pi r^2 h/3$. Indica el dominio de esta función y justifica que alcanza un máximo y un mínimo absolutos en dicho dominio.

   b) **[1 punto]** Halla el valor de la altura que maximiza el volumen.

3. Dada la recta $r: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi: \left\{\begin{array}{l} x = 1 + \lambda + \mu \\ y = \lambda - \mu \\ z = -1 + 2\lambda \end{array}\right.$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

   a) **[1,25 puntos]** Determina razonadamente la posición relativa de la recta r y el plano π.

   b) **[1,25 puntos]** Encuentra razonadamente la ecuación general del plano perpendicular al plano π y que contiene a la recta r.

4. *a*) **[1 punto]** Enuncia el teorema de Bolzano. Utiliza el teorema para demostrar que la función

$$f(x) = \frac{2e^x - 8x - 3}{x + 2}$$

   corta al eje de abscisas al menos una vez.

   b) **[1,5 puntos]** Dados los vectores $\vec{u} = (-1, 0, -2)$, $\vec{v} = (a, b, 1)$ y $\vec{w} = (2, 5, c)$, halla razonadamente el valor de $a, b, c \in \mathbb{R}$ para que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales y para que el vector $\vec{w}$ sea igual al producto vectorial de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

5. *a*) En el servicio de urgencias de un hospital clasifican a los pacientes en leves y graves según llegan al hospital. El 20 % de los pacentes leves debe ingresar en el hospital, mientras que el 60 % de los pacientes graves debe hacerlo. En un día cualquiera llegan al servicio de urgencias un 90 % de pacientes leves y un 10 % de pacientes graves. Si se selecciona un paciente al azar:

a.1) **[0,5 puntos]** ¿Qué probabilidad hay de que deba ingresar en el hospital?

a.2) **[0,75 puntos]** Si se sabe que el paciente tuvo que ingresar, ¿cuál es la probabilidad de que llegara al hospital con una dolencia leve?

b) En un momento dado llegan 8 pacientes a urgencias.

b.1) **[0,5 puntos]** ¿Qué probabilidad hay de que exactamente 4 pacientes se clasifiquen como leves?

b.2) **[0,75 puntos]** ¿Qué probabilidad hay de que como mucho 7 pacientes sean clasificados como leves?

n	**k** \ **p**	**0.10**	**0.20**	**0.30**	**0.40**	**0.50**	**0.60**	**0.70**	**0.80**	**0.90**
	0	0.4305	0.1678	0.0576	0.0168	0.0039	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000
	1	0.3826	0.3355	0.1977	0.0896	0.0313	0.0079	0.0012	0.0001	0.0000
	2	0.1488	0.2936	0.2965	0.2090	0.1094	0.0413	0.0100	0.0011	0.0000
	3	0.0331	0.1468	0.2541	0.2787	0.2188	0.1239	0.0467	0.0092	0.0004
	4	0.0046	0.0459	0.1361	0.2322	0.2734	0.2322	0.1361	0.0459	0.0046
	5	0.0004	0.0092	0.0467	0.1239	0.2188	0.2787	0.2541	0.1468	0.0331
	6	0.0000	0.0011	0.0100	0.0413	0.1094	0.2090	0.2965	0.2936	0.1488
	7	0.0000	0.0001	0.0012	0.0079	0.0313	0.0896	0.1977	0.3355	0.3826
	8	0.0000	0.0000	0.0001	0.0007	0.0039	0.0168	0.0576	0.1678	0.4305

6. *a*) **[1 punto]** Calcula razonadamente el siguiente límite

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$$

b) **[1,5 puntos]** Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2&1&2\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

Calcula razonadamente la matriz X de la ecuación matricial $X\cdot A+3\cdot A=B$.

7. *a*) **[1 punto]** Calcula razonadamente el siguiente límite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3\ln(x)}{1+x^3}.$$

b) Tiramos un dado de 4 caras dos veces y sea X la variable aleatoria que representa el producto de los dos valores obtenidos.

b.1 **[0,75 puntos]** Calcula $P(X=1)$ y $P(X=4)$.

b.2 **[0,75 puntos]** Si $X=4$, calcula la probabilidad de que en la primera tirada haya salido un 1.

8. *a*) **[1,25 puntos]** Sea r la recta determinada por el punto $P(1,0,1)$ y el vector $\vec{v}=(1,-1,0)$. Calcula el punto de r más cercano al punto $Q(0,0,1)$.

b) **[1,25 puntos]** Dada la matriz

$$\begin{pmatrix}a&0&0\\0&1&a\\1&0&a+2\end{pmatrix}$$

Calcula razonadamente el rango de la matriz A según los valores del parámetro $a\in\mathbb{R}$.

Evaluación para el Acceso a la Universidad
Curso 2022/2023

UCLM
CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El estudiante deberá resolver **CUATRO** de los ocho ejercicios propuestos. Si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

1. Sea la función $f(x) = \frac{2x^2+2x-2}{3x^2+3}$.

   a) **[1,5 puntos]** Halla razonadamente las coordenadas de los extremos relativos de la función $f(x)$ y clasifícalos.

   b) **[1 punto]** Calcula la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

2. En la liga de fútbol profesional de Libertonia compiten veinte equipos. Cada equipo debe tener exactamente veinticinco jugadores de los que tres han de ser porteros. Se sabe que la tercera parte del número de defensas coincide con el número de centrocampistas menos el número de delanteros. Por otro lado, la suma de la mitad del número de centrocampistas y el doble del número de delanteros excede en 25 unidades al número de defensas.

   a) **[1,5 puntos]** Escribe el sistema de ecuaciones lineales necesario para calcular el número de defensas, el número de centrocampistas y el número de delanteros que juegan en la liga.

   b) **[1 punto]** Explica razonadamente cuántas soluciones tiene este sistema. Obtén la solución (o soluciones) del mismo.

3. Sean las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 2\lambda \\ y & = & -\lambda \\ z & = & a \end{array} \right.$, $s \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & -1 \\ y & = & \mu \\ z & = & -5\mu \end{array} \right.$, donde λ y μ son los parámetros y $a \in \mathbb{R}$.

   a) **[1,5 puntos]** Estudia su posición relativa en función de los valores que toma a.

   b) **[1 punto]** Encuentra razonadamente un plano que contenga a s y que sea paralelo a r.

4. *a*) **[1 punto]** Enuncia el teorema de Bolzano. Utiliza este teorema para razonar que la función

   $$f(x) = \frac{2e^x - 8x - 3}{x^2 + 2}$$

   corta al eje de abscisas al menos una vez.

   b) **[1,5 puntos]** Sea el tetraedro cuyos vértices son los puntos $A = (a, 0, 1)$, $B = (1, 3, 0)$, $C = (0, 1, 0)$ y $D = (1, 1, 1)$, con $a \in \mathbb{R}$. Halla los valores de a para que el volumen de dicho tetraedro sea 1.

5. *a*) **[1,25 puntos]** Sean los puntos $A = (1, 0, -1)$, $B = (2, 3, 0)$ y $C = (a, b, 1)$, con $a, b \in \mathbb{R}$. Obtén el valor de a y b para que los tres puntos estén alineados.

   b) **[1,25 puntos]** Estudia qué relación tiene que haber entre a y b, con $a, b \in \mathbb{R}$, para que la siguiente matriz tenga inversa:

   $$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ a & b & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. *a*) **[1 punto]** Resuelve la siguiente integral:

$$\int \frac{2}{x^2+x-2}dx.$$

b) **[1,5 puntos]** Sea el determinante

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -1,$$

donde $x, y, z, a, b, c \in \mathbb{R}$. Calcula el determinante de

$$\begin{vmatrix} x+1 & y+2 & z+3 \\ 2a & 2b & 2c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

7. *a*) **[1 punto]** Calcula razonadamente la siguiente integral:

$$\int \frac{-x+1}{3+x^2}dx\ .$$

b) **[1,5 puntos]** En una de las pruebas de acceso al cuerpo de ingenieros de la Administración Pública se realiza un test de 100 ítems a 450 opositores. Cada ítem vale un punto y se supera la prueba si se obtienen al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones obtenidas por los opositores siguen una distribución normal de media 60 puntos y desviación típica 10 puntos, calcula razonadamente:

b.1) **[0,75 puntos]** La probabilidad de obtener 75 o más puntos.

b.2) **[0,5 puntos]** El número de opositores del total de 450 que obtuvo menos de 75 puntos.

z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.40	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.50	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.60	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.70	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.80	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.90	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.00	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

8. *a*) En una urna hay tres bolas rojas y dos azules. Se extrae una bola y luego otra (sin devolver antes la primera a la urna).

a.1) **[0,5 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean del mismo color?

a.2) **[0,75 puntos]** Sabiendo que las dos bolas han salido del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean azules?

b) Un panadero hace panecillos con un peso que se distribuye como una normal de media 200 g y desviación típica 15 g.

b.1) **[0,5 puntos]** ¿Qué proporción de panecillos pesa más de 203 g?

b.2) **[0,75 puntos]** Calcula el peso por encima del cual está el 67 % de los panecillos más pesados.

a	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549