PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS (2016).
Materia: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales
Esta prueba consta de dos bloques (A y B) de cuatro preguntas cada uno. El alumno debe contestar a uno de los bloques. Todos los ejercicios puntúan 2.5 puntos. Se puede utilizar la calculadora.

Propuesta A

1. *Cierto equipo ciclista está formado por 12 ciclistas de tres nacionalidades: hay belgas, rusos y españoles. Los más numerosos son los rusos, y si al número de rusos restamos el número de españoles, el resultado es exactamente el número de belgas. Por otra parte, la suma de belgas y rusos es el doble del número de españoles.*

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el número de ciclistas de cada nacionalidad en este equipo. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (1 pto)

A.1

a) x=número de ciclistas belgas

y= número de ciclistas rusos

z= número de ciclistas españoles

x+y+z=12

y-z=x;x-y+z=0

x+y=2z;x+y-2z=0

Por cada ecuación bien planteada 0.5 puntos.

b)

x=2;y=6;z=4; (1 punto)

2. *Dada la función* $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2$ *, se pide:*

a) Calcula los máximos y mínimos de la función. (1 pto)

b) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad. (1 pto)

c) Calcula los puntos de inflexión. (0.5 ptos)

A.2

a) $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2 \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x = x(\frac{1}{3}x^2 - 3)$

La solución de $f'(x) = 0$ $es:$ $x = 0$; $x = +3$; $x = -3$

$f''(x) = x^2 - 3$ la solución de $f''(x) = 0$ es $x = +\sqrt{3}$ $x = -\sqrt{3}$

Si sustituimos en la expresión de la derivada segunda los tres valores que anulan la primera derivada, observamos que:

x = 0 es un máximo, punto (0 , 0)

x = +3 es un mínimo, punto (3 , -27/4)

x = -3 es un mínimo, punto (-3 , -27/4)

0.5 puntos por mínimo y 0.5 puntos por máximo.

b y c)

Si examinamos el signo de la derivada segunda, observamos que:

En el intervalo $(-\infty \ , \ -\sqrt{3} \ )$ la función es cóncava hacia arriba.

En el intervalo $(-\sqrt{3} \ , \ \sqrt{3} \ )$ la función es cóncava hacia abajo.

En el intervalo $(\sqrt{3} \ , \ \infty)$ la función es cóncava hacia arriba.

1 punto por intervalos

Los puntos de inflexión son las soluciones de $f''(x) = 0 , \ es \ decir :$

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} = 1{,}732 \ \rightarrow \ punto \ (\sqrt{3} \ , \ -\frac{15}{4} \ ) \\ x = -\sqrt{3} = -1{,}732 \ \rightarrow \ punto \ (-\sqrt{3} \ , \ -\frac{15}{4} \ ) \end{cases}$$

0.5 puntos por los puntos de inflexión

3. *Se piensa que un estudiante de universidad que estudie normal, sobre 20 horas semanales aparte de las clases, tiene una probabilidad de 0.95 de aprobar una asignatura. Suponiendo que aprobar o no una asignatura es independiente de aprobar o no las demás:*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dos asignaturas de dos que ha estudiado normal? (0.5 ptos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura de dos que ha estudiado normal? (1 pto)

c) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe exactamente una asignatura de dos que ha estudiado normal? (1 pto)

A.3

A= Aprobado;NA= No aprobado; P(A)=0.95; P(NA)=0.05

a) P(Dos aprobados)=P(A)*P(A)=0.95*0.95=0.9025. (0.5 puntos)

b) P(Al menos 1)=1-P(ninguna)=1-(0.05*0.05)=0.9975. (1 punto)

c)

A1= Apruebe la primera; A2= Apruebe la segunda; NA1 = No apruebe la primera; NA2= No apruebe la segunda

P(Exactamente 1 de 2)=P(A 1)*P(NA 2)+P(A 2)*P(NA 1)=0.95*0.05+0.05*0.95=0.095. (1 punto)

4. *Una determinada característica de una población sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ=2. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 22.*

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) ¿Es razonable que la media de la población sea $\mu = 23$, con un nivel de confianza del 95 %? Razona tu respuesta. (1 pto)

c) Obtén un valor razonable para la media poblacional μ con ese mismo nivel de confianza. Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

A.4

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 24{,}7 n = 36$ $\sigma = 2$

1- $\alpha = 0{,}95 Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (22 - 1,96$\frac{2}{\sqrt{36}}$, 24.7 + 1,96 $\frac{5{,}2}{\sqrt{40}}$) =(21.34667 , 22.65333) (0.5 puntos)

b) No, ya que 23$\notin$ (21.34667 , 22.65333) (1 punto)

c)

Valdría cualquier valor dentro del intervalo (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Propuesta B

1. *a) Dadas las matrices:* $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \end{pmatrix}$ *y* $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ *se pide que realices, si es posible, los siguientes productos:* $A \cdot B$; $B \cdot A$ *(1 pto)*

b) Despeja y calcula la matriz X en la siguiente ecuación matricial:

$X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ *(1.5 ptos)*

2. ***B.1***

a)

Ambos productos pueden realizarse:

$A \cdot B = (2)$ *(0.5 puntos)*

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -15 & -3 \end{pmatrix}$ *(0.5 puntos)*

b)

0.5 puntos despejar X, 1 punto por cálculo de la inversa. Todo correcto 1.5 puntos.

$$X = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Consideremos la función:

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 5 & si\ x < 4 \\ \frac{5}{x-3} + 2 & si\ 4 \le x \le 8 \\ -x + b & si\ x > 8 \end{cases}$ *se pide:*

a) Razona si $f(x)$ *es continua en* $x = 3$. *(0.75 ptos)*

b) Razona si $f(x)$ *es continua en* $x = 4$. *(0.75 ptos)*

c) Determina el valor que debe tomar el parámetro b de manera que $f(x)$ *sea continua en* $x = 8$. *(1 pto)*

B.2

a) Cuando x = 3 la función f(x) está definida mediante el polinomio $\frac{1}{2}x + 5$, que es una función continua en todo su dominio de definición.

b) f(x) está definida en x = 4, y su valor es f(4) = 7.

Los límites laterales son:

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} \frac{1}{2}x + 5 = 7$$

$$\lim_{x \to 4^+} f(x) = \lim_{x \to 4^+} \frac{5}{x-3} + 2 = 7$$

c) f(x) está definida en x = 8, y su valor es f(8) = 3.

Los límites laterales son:

$$\lim_{x \to 8^-} f(x) = \lim_{x \to 8^-} \frac{5}{x-3} + 2 = 3$$

$$\lim_{x \to 8^+} f(x) = \lim_{x \to 8^+} -x + b = b - 8$$

Por lo tanto, para que f (x) sea continua en x = 8, es preciso que 3 = b – 8 y en consecuencia b = 11.

3. *A lo largo de los 9 meses de embarazo, la concentración de cierta enzima en la sangre de una mujer se ajusta a la siguiente función:* $g(t) = -t^3 + 12t^2 - 21t + 80$*. Donde* $g(t)$ *está en mg/litro y* t *en meses, con* $0 \leq t \leq 9$*. Se pide:*

a) ¿En qué mes es $g(t)$ *máxima, y qué valor alcanza? (1 pto)*

b) ¿En qué mes es $g(t)$ *mínima, y qué valor alcanza? (1 pto)*

c) ¿Cuál es el valor de $g(t)$ *al final del embarazo* $(t = 9)$*? (0.5 ptos)*

B.3

a y b)

$g'(t) = -3t^2 + 24t - 21 = -3(t^2 - 8t + 7) = -3(t - 7) \cdot (t - 1)$

En consecuencia, la derivada primera de g(t) se anula para t = 7 y t = 1. (1 punto)

$g''(t) = -3(2t - 8)$

Sustituyendo en la expresión de la segunda derivada, observamos que t = 7 es un máximo, y su valor es g(7) = 178 mg/l. Del mismo modo comprobamos que t = 1 es un mínimo, y su valor es g(1) = 7 mg/l.

0.25 puntos por decir el máximo y 0.25 puntos por el mínimo. Por el valor en el mínimo y máximo 0.5 puntos, 0.25 puntos por cada uno

c) El valor de g(t) al final del embarazo es g(9) = 134 mg/l. (0.5 puntos)

4. *En una región hay dos provincias, en la provincia A vive el 80 % de los habitantes y el resto en la B. El 10 % de los habitantes de la provincia A tiene un piso en propiedad mientras que en la provincia B este porcentaje es del 30 %.*

a) Elegido un habitante al azar de esa región, ¿cuál es la probabilidad de que tenga piso en propiedad? (1 pto)

b) Se escoge un habitante al azar y tiene piso en propiedad, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la provincia B? (0.75 ptos)

c) Se escogen al azar dos habitantes de la provincia A, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos tenga piso en propiedad? (0.75 ptos)

B.4

A=barrio A; B=barrio B; P(A)=0.8; P(B)=0.2

P=piso propiedad; P(P/A)=0.1; P(P/B)=0.3

Plantear probabilidades (0.25 puntos)

a)

$P(P) = P(P/A) * P(A) + P(P/B) * P(B)$=0.8*0.1+0.2*0.3=0.14 (0.75 puntos)

b)

$P(B/P) = P(PyB)/P(P) = (P(P/B) * P(B))/P(P) = 0{,}2 * 0{,}3/0{,}14 = 0{,}4285$

(0.75 puntos)

c)

P(P/A)=0.1 ; P(Al menos 1)=1-P(Ninguno piso)=1-((0.9)*(0.9))=0.19 (0.5 puntos)